



ANPEd - Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação

11262 - Resumo Expandido - Trabalho - 4ª Reunião Científica da ANPEd Norte (2022)

ISSN: 2595-7945

GT 19 - Educação Matemática

OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS E DIDÁTICOS DE FRAÇÃO: UM OLHAR NA OBRA A CONQUISTA DA MATEMÁTICA

Wander Alberto José - UFT-PPPGE - UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS

Idemar Vizolli - FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS

Raylson dos Santos Carneiro - Universidade Federal do Pará (UFPA) - EDUCANORTE - PGEDA

OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS E DIDÁTICOS DE FRAÇÃO: UM OLHAR NA OBRA A CONQUISTA DA MATEMÁTICA

GT 19 - EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

RESUMO

Esse trabalho é parte da pesquisa realizada no mestrado em educação pela Universidade Federal do Tocantins (UFT), e tem o objetivo de identificar situações que possam impelir a manifestação de obstáculos epistemológicos e/ou didáticos a partir do conteúdo de fração presente num livro didático de Matemática. Trata-se de uma pesquisa bibliográfica, de abordagem qualitativa, delineada nos estudos de Gaston Bachelard e Guy Brousseau. No desenvolvimento do trabalho, realizou-se a análise do livro didático e nesta se verificou a existência de circunstâncias que suscitam os obstáculos epistemológicos da experiência primeira e o obstáculo verbal conforme Bachelard. Segundo Brousseau, percebeu-se os obstáculos didáticos de origem didática e de origem ontogênica.

Palavras-chave: Obstáculos Epistemológicos; Obstáculos didáticos; Fração; Livro didático.

INTRODUÇÃO

O ensino e a aprendizagem de Matemática tem sido tema de vários estudos e pesquisas, neste campo do saber o conteúdo de Números Racionais é considerado um dos mais difíceis de ensinar e em particular a fração. O presente trabalho apoia-se na teoria dos obstáculos epistemológicos e didáticos e visa contribuir com docentes que ensinam Matemática na identificação e possível superação de obstáculos que, em muitos casos, são confundidos com erros ou dificuldades.

O processo de evolução do conhecimento científico foi objeto de estudo do filósofo francês Gaston Bachelard, sua epistemologia da ciência buscou ir além da newtoniana, de maneira a abarcar os avanços oriundos da Teoria da Relatividade de Einstein e da Mecânica Quântica. Para Bachelard (2005), a evolução do conhecimento não é um processo linear, e sim permeado de rupturas epistemológicas.

Em sua obra, *A Formação do Espírito Científico – Contribuição para uma Psicanálise do Conhecimento* (1938), Bachelard enuncia os obstáculos epistemológicos organizando-os nas seguintes categorias: a experiência primeira; conhecimento geral; obstáculo verbal; conhecimento unitário e pragmático; obstáculo substancialista; obstáculo realista; obstáculo animista; o mito da digestão; libido e conhecimento objetivo; e obstáculos do conhecimento quantitativo.

[...] é no âmago do próprio ato de conhecer que aparecem, por uma espécie de imperativo funcional, lentidões e conflitos. É aí que mostraremos causas de estagnação e até de regressão, detectaremos causas de inércia às quais daremos o nome de obstáculos epistemológicos (BACHELARD, 2005, p. 17).

A discussão dos obstáculos epistemológicos conforme Bachelard está mais voltada a uma filosofia da ciência. A noção de obstáculo na Matemática foi introduzida pelo educador francês Guy Brousseau (1998) a partir da teoria dos obstáculos de Bachelard e da teoria da equilíbrio de Piaget. Brousseau estabelece os obstáculos didáticos e os organiza conforme sua origem didática: ontogênicos, didáticos e epistemológicos.

METODOLOGIA

Esta pesquisa configura-se como bibliográfica, de abordagem qualitativa. Para Cervo; Bervian e Silva (2014), a pesquisa bibliográfica ou de fontes secundárias sustenta-se em produções existentes relacionadas a determinado assunto em estudo.

A pesquisa bibliográfica deu-se em três vertentes, na primeira buscou-se as obras de

referência conforme a teoria anunciada. Os obstáculos epistemológicos a partir de Gaston Bachelard e os obstáculos didáticos segundo Guy Brousseau. Na segunda, realizou-se uma busca pelas origens das frações a partir de teóricos como Boyer (1994), Eves (2011), Ifrah (1997) e outras produções a respeito da História da Matemática.

Na terceira vertente, deu-se a análise do livro didático de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental, a opção justifica-se por ser o que apresenta a maior quantidade de conteúdo de fração. Neste estudo, considerou-se o livro didático como um material disponível aos docentes e discentes. No processo de análise, baseou-se nas categorias de obstáculos estabelecidas por Bachelard e Brousseau.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Essa análise parte do pressuposto de que o livro didático é um dos materiais mais utilizados por docentes e discentes na escola pública, além de ser, em alguns momentos, a única fonte de pesquisa disponível. Credita-se, ainda, a este material que as informações e conhecimentos a serem tratados com os discentes possam instigar a curiosidade, a reflexão e o acesso à cultura científica a ser desenvolvida no processo de ensino.

Os dados de identificação da produção, e demais informações pertinentes seguem conforme Quadro 1.

Quadro 1 - Livro didático 6º ano

Dados da obra	
Vinculação:	<ul style="list-style-type: none"> • Ministério da Educação – MEC; • Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação – FNDE; • Programa Nacional do Livro Didático – PNLD.
Ciclo:	<ul style="list-style-type: none"> • 2020 – 2023.
Nível:	<ul style="list-style-type: none"> • Educação Básica • Ensino Fundamental – Anos Finais
Coleção:	<ul style="list-style-type: none"> • A Conquista da Matemática.
Autores:	<ul style="list-style-type: none"> • José Ruy Giovanni Júnior; • Benedicto Castrucci.

Fonte: Júnior e Castrucci (2018).

A organização dos conteúdos matemáticos é feita em unidades, e cada unidade é composta por capítulos que, por sua vez, subdividem-se em seções.

A seguir se tem a disposição dos conteúdos nas unidades de 1 a 9: Unidade 1 – Sistemas de numeração; Unidade 2 – Cálculos com Números Naturais; Unidade 3 – Figuras geométricas; Unidade 4 – Múltiplos e divisores; Unidade 5 – A forma fracionária dos Números Racionais; Unidade 6 – A forma decimal dos Números Racionais; 7 – Ângulos e polígonos; Unidade 8 – Comprimento e área; Unidade 9 – Massa, volume e capacidade.

A Unidade 5 – A forma fracionária dos Números Racionais está descrita a seguir no Quadro 2.

Quadro 2 - Unidade 5 - A forma fracionária dos Números Racionais

Capítulo	Seções
1 – A ideia de fração	<ul style="list-style-type: none"> • A ideia de fração como parte de um todo; • A ideia de fração como resultado da divisão de dois Números Naturais; • Atividades.
2 – Problemas envolvendo frações	Atividades.
3 – Comparando frações	Atividades.
4 - Obtendo frações equivalentes	<ul style="list-style-type: none"> • Uma propriedade importante; • Simplificação de frações; • Frações irredutíveis; • Atividades; • Reduzindo duas frações ao mesmo denominador; • Atividades.
5 – Adição e subtração de frações	Atividades.
6 – A forma mista	Atividades.
7 – As frações e a porcentagem	Atividades.


Fonte: Júnior e Castrucci (2018).


Observa-se, no Quadro 2, que o assunto fração é dividido em 7 capítulos que vai da ideia de fração até a sua relação com a porcentagem. Nos capítulos 1 e 4, o tema foi subdividido em seções. Em todos os capítulos existem atividades a serem realizadas.

O material de fração na Unidade 5 é introduzido a partir de um texto que retrata a construção de um mosaico geométrico, confeccionado em três etapas expostas no Quadro 3.

Quadro 3 - Construção do mosaico

Observe a seguir as etapas executadas por Janaína para construir um mosaico geométrico. Veja que inicialmente ela possuía apenas folhas retangulares coloridas e, após a divisão dessas folhas em partes e um bom planejamento, elaborou seu mosaico.

	<ul style="list-style-type: none"> • Será que podemos chamar cada uma dessas peças do mosaico de uma parte do mosaico todo?
	<p>Chamando cada folha colorida da Etapa 1 de um inteiro e sabendo que cada folha da Etapa 2 foi dividida em várias partes iguais entre si, mas diferentes de uma folha para outra, podemos relacionar cada pedaço de uma folha à folha toda utilizando uma fração.</p> <p>Logo, se considerarmos a folha azul, cada parte equivale a 1 parte de 16 partes ou simplesmente $1/16$.</p>



The image shows a teacher in a green shirt and white apron pointing to a whiteboard. The whiteboard is labeled 'ETAPA 3' and displays a colorful geometric mosaic. The mosaic is a square divided into smaller squares and triangles in shades of green, blue, yellow, and orange. The teacher is standing to the left of the whiteboard, and the background is a classroom setting.

- Dessa forma, como podemos representar cada parte das outras folhas?

Fonte: Júnior e Castrucci (2018, p. 130-131).

Verifica-se no Quadro 3 uma situação comum a outros livros didáticos que é o uso de uma situação ou abordagem para iniciar um determinado conteúdo. Nesse caso específico, a introdução da forma fracionária dos Números Racionais a partir da construção de um mosaico geométrico.

Nessa atividade foi explorado o significado da relação parte-todo e quantidade contínua extensiva, não havendo a continuação ou a retomada desta atividade na Unidade 5. Assim se perde uma rica oportunidade de desenvolver outros aspectos do estudo da fração, como: equivalência, simetria, adição, subtração, comparação, entre outros.

Ao introduzir os aspectos históricos em relação à fração no capítulo 1 – A Ideia de Fração, fez-se referência somente ao antigo Egito.

Figura 1 - Introdução às frações egípcias

CAPÍTULO
1

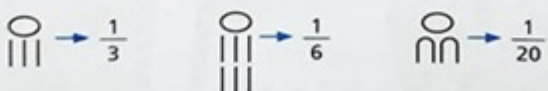
A IDEIA DE FRAÇÃO

As primeiras notícias do uso das frações vêm do antigo Egito. As terras que margeavam o rio Nilo eram divididas entre os grupos familiares em troca de pagamento de tributos ao Estado.

Como o rio Nilo sofria inundações periódicas, as terras tinham de ser sempre medidas e remarcadas, já que o tributo era pago proporcionalmente à área a ser cultivada.

Os números fracionários surgiram da necessidade de representar uma medida que não tem uma quantidade inteira de unidades, isto é, da necessidade de se repartir a unidade de medida.

Os egípcios conheciam as frações de numerador 1, e esta era a forma que eles usavam para representá-las:



Essas medidas fracionárias não são números naturais, são exemplos de números chamados de números racionais.

EDITORIA DE ARTE

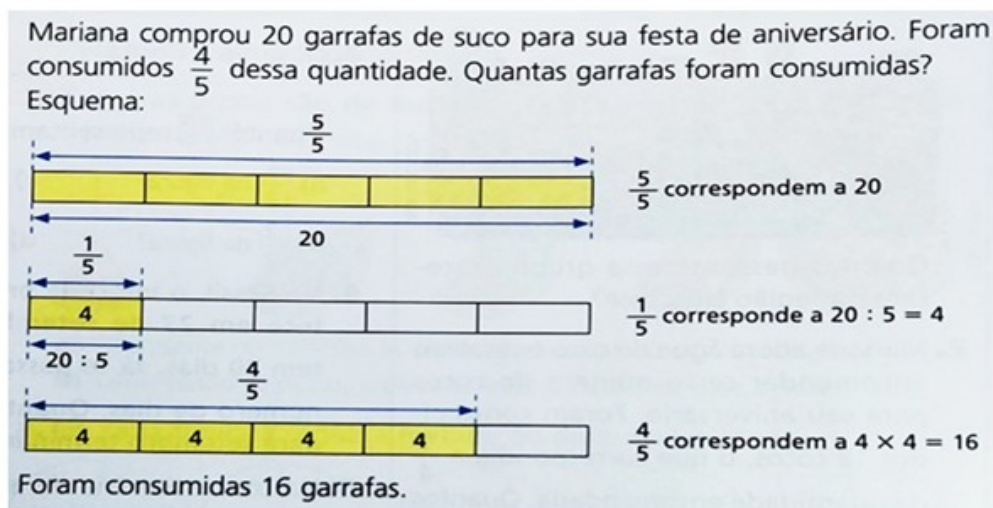
Fonte: Júnior e Castrucci (2018, p. 132).

A maneira como é introduzida a história da fração, partindo-se apenas da vertente egípcia, induz os estudantes a uma versão que não condiz com a verdade dos fatos, uma vez que as origens deste conceito estão relacionadas a várias civilizações antigas, como a mesopotâmica, grega, hindu, chinesa e a própria egípcia, entre outras.

Identificando os obstáculos

Na análise da Unidade 5 que trata da fração, seu conceito e operações, buscou-se identificar circunstâncias que evidenciem obstáculos epistemológicos ou didáticos.

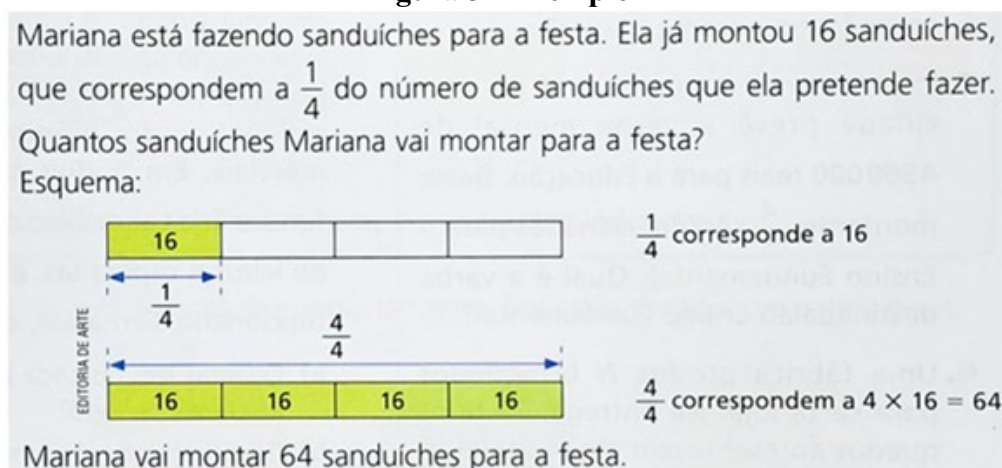
Figura 2 - Exemplo 1



Fonte: Júnior e Castrucci (2018, p. 137).

Nas figuras 2 e 3, identifica-se discrepâncias entre os enunciados das questões e a maneira como foram resolvidas.

Figura 3 - Exemplo 2



Fonte: Júnior e Castrucci (2018, p. 137).

Percebe-se, nos enunciados, que as 20 garrafas e os 16 sanduíches indicam quantidades discretas e, no esquema de resolução, utilizou-se retângulos que representam quantidades contínuas.

Com base em Bachelard (2005), estas situações podem suscitar o obstáculo epistemológico da Experiência Primeira. Uma vez que os estudantes aprendem, na escola e fora dela, o conceito e as operações relacionadas ao conjunto dos Números Naturais que correspondem a um modelo discreto.

Porém, ao serem apresentados aos Números Fracionários, utilizou-se o significado da relação parte-todo e quantidade contínua. Caso esse movimento de alternância entre quantidades discretas e quantidades contínuas ocorra de maneira não intencional por parte do docente, os estudantes podem não conseguir superar este tipo de obstáculo sozinhos.

Ainda em relação às figuras 2 e 3, Silva (1997) considera essa situação como um

Figura 4 - Atividade 1

Ao entrar em um *shopping*, Antônio tinha 300 reais. Fez compras em 3 lojas. Em cada uma delas gastou 2 reais a mais que a quarta parte da quantia que tinha ao entrar na 1ª loja. Ao sair da 3ª loja, quantos reais ainda restavam para Antônio?

Fonte: Júnior e Castrucci (2018, p .138).

Nas figuras 4 e 5 tem-se o uso da expressão – a mais. De acordo Bachelard (2005), o uso de determinadas palavras pode impelir o Obstáculo Verbal. No trabalho com Números Naturais, os estudantes apropriam-se da palavra ‘mais’ como sinônimo de adição.

Os estudantes ao se depararem com a expressão ‘a mais’, entendem como ‘mais’, ou seja, uma adição. O que configura um obstáculo, uma vez que a expressão ‘a mais’, na maioria das situações, indica uma operação de subtração.

Figura 5 - Atividade 2

Na concessionária de energia elétrica de uma cidade, é esperado que cada funcionário faça 30 leituras de consumo por dia no relógio de medição das residências, dos prédios ou locais comerciais. Em 5 dias trabalhados, a funcionária Laura executou $\frac{9}{10}$ do total de leituras esperadas, enquanto outro funcionário, Fernando, executou $\frac{5}{6}$.

- a) Quantas leituras cada um deles executou nesse período?
- b) Qual deles executou mais leituras nesse período? Quantas leituras a mais?

Fonte: Júnior e Castrucci (2018, p .138).

Além dos aspectos relacionados aos obstáculos, as situações descritas apresentam algumas características a serem consideradas.

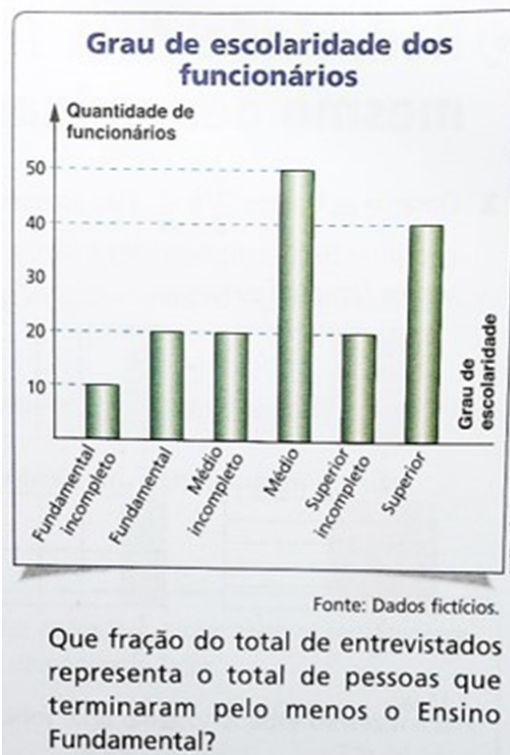
A questão da Figura 4 apresenta um contexto a partir de um shopping, a maioria dos municípios brasileiros não possuem shopping, uma vez que estes são instalados em cidades grandes e populosas. Verifica-se que a contextualização favorece o entendimento e a resolução de questões matemáticas. No entanto, o cenário é diferente, conforme afirma Lopes.

Há alguns anos fiz um levantamento de contextos e situações problema, em que as frações fossem imprescindíveis. Imaginava encontrar uma grande variedade de situações, acessíveis aos alunos do ensino fundamental, mas isto não se confirmou, pois a maioria das situações se referia a contextos do mundo dos adultos, pobres de significados para crianças e adolescentes. (LOPES, 2008, p. 5).

Nas questões das figuras 4 e 5, o contexto sugerido não apresenta relação com situações vivenciadas pela maior parte dos estudantes.

Figura 6 - Atividade 3

Numa pesquisa sobre o grau de escolaridade dos funcionários de uma empresa, obtiveram-se os resultados expressos no gráfico a seguir:



Fonte: Júnior e Castrucci (2018, p. 145).

A questão disposta na Figura 6 requer do estudante uma série de atitudes e conhecimentos. A partir da leitura e observação do gráfico, este deve perceber que a quantidade total de entrevistados corresponde a soma de entrevistados em cada grau de escolaridade, ou seja, $10 + 20 + 20 + 50 + 20 + 40 = 160$ entrevistados. ‘Terminar pelo menos o Ensino Fundamental’, equivale a expressão, ‘terminar no mínimo o Ensino Fundamental’, então, todos os entrevistados que possuem escolaridade igual ou acima do Ensino Fundamental completo, estão inseridos. Logo, 160 (total) – 10 (Fundamental Incompleto) = 150 . Enfim, a fração solicitada na questão é igual $150/160$, o resultado ao final do livro didático é dado na forma de fração irredutível $15/16$. Mesmo havendo alguma variação na lógica de resolução, o nível de dificuldade pouco varia.

Este tipo de questão pode ensejar obstáculos, segundo Brousseau (1998), Obstáculo de Origem Didática, caso o docente proponha uma questão como a da Figura 6 sem ter realizado anteriormente um trabalho com gráficos que possibilite aos estudantes interpretação, reflexão, análise, enfim condições para buscar uma solução para a questão; Obstáculo de origem ontogênica, pois pode acontecer de alguns estudantes não terem desenvolvido construções cognitivas e, em função de limitações neurofisiológicas, não consigam operar todas as informações necessárias para solucionar a questão.

CONSIDERAÇÕES

Após a análise de alguns elementos deste livro didático, identificou-se a existência de situações que podem potencializar a manifestação de obstáculos, sabendo-se que os obstáculos epistemológicos são inerentes à construção do conhecimento e, de acordo Iglioni (2008), são aqueles dos quais não se pode, nem se deve escapar, constata-se a relevância destes serem conhecidos pelos docentes. Os estudantes, sem o auxílio do docente, dificilmente conseguem superar um obstáculo epistemológico.

Ressalta-se que, neste livro didático, não foram abordadas as operações de multiplicação e de divisão de frações, tais operações, conforme a Base Nacional Comum Curricular – BNCC, são atendidas no livro didático de Matemática do 7º ano do Ensino Fundamental. Este autor considera apropriado esse procedimento, visto que os estudantes no 7º ano já possuem maior capacidade de abstração e são menos suscetíveis aos obstáculos ontogênicos.

Sabe-se que a dinâmica da sala de aula, o currículo a ser cumprido e, atualmente, as diretrizes da BNCC não possibilitam um tempo amplo para o docente tratar de um histórico completo acerca da origem da fração, contudo é preciso que os estudantes tenham acesso a um conjunto mínimo de informações para que possam compreender a construção do conceito de fração e que este tenha significado. Ao confrontar a análise do livro didático com o disposto nos livros de História da Matemática, percebe-se diferenças significativas entre a fração no livro didático e na história, no Quadro 4, tem-se uma síntese de observações e considerações que esclarecem tal situação.

Quadro 4 - Aspectos da fração na História e no Livro didático

Elemento	Livro Didático	História da fração	Considerações
Origem	Antigo Egito.	Indica a origem da fração em diferentes civilizações antigas: egípcia, babilônica, grega, hindu e outras.	Limitar a origem da fração ao antigo Egito, induz a um entendimento histórico incompleto, e sugere que as demais civilizações não tiveram necessidade ou não empreenderam esforços na construção do conceito de fração.

Exemplos de uso	Divisão de terras às margens do rio Nilo.	Partilha de terras; atividades ligadas à agricultura e à engenharia; geometria; sistemas de medida.	Ao apresentar apenas o exemplo da divisão de terras, prejudica-se o entendimento quanto à necessidade das frações. Perde-se a oportunidade de enriquecer as aulas e de despertar o interesse dos estudantes.
Representação	Frações egípcias unitárias.	Frações: egípcias unitárias e não unitárias; mesopotâmicas sexagesimais; gregas com representação alfabética; hindu semelhantes a forma atual.	Ao ter acesso somente à representação da fração egípcia unitária. O estudante entende ser essa a única forma de representação antiga. Perde-se importante aspecto no contexto da origem das frações.
Valor numérico	Declarado na introdução do conteúdo como Números Racionais.	Processo histórico complexo em que houve dificuldade em aceitar as frações como número, situação que perdurou por milênios.	Simplifica-se o entendimento quanto à formação do conceito de fração. O que pode levar docentes a não compreenderem o tempo necessário à construção de significados no ensino de fração.

Fonte: Dados da pesquisa.

A partir do disposto no Quadro 4, evidencia-se uma limitação quanto às informações relativas às origens da fração no livro didático, tal situação poderá ser potencializada caso o docente não tenha uma formação que o possibilite conhecer esse conteúdo e o habilite a buscar complementação em outras fontes e materiais.

Na perspectiva de Bachelard, percebe-se os obstáculos da experiência primeira e o obstáculo verbal. Conforme Brousseau, identificou-se os obstáculos didáticos de origem: epistemológica, ontogênica e didática, com prevalência dos de origem didática.

Em relação ao livro didático, identificou-se que o conteúdo de fração disponibilizado, sua organização e tratamento, induz à manifestação de obstáculos epistemológicos e didáticos.

REFERÊNCIAS

BACHELARD, Gaston. **A Formação do Espírito Científico**: contribuição para uma psicanálise do Conhecimento. Tradução Estela dos Santos Abreu. 5ª reimpressão. Rio de

Janeiro: Contraponto, 2005.

BOYER, Carl Benjamin. **História da matemática**. 1. ed. 11. Reimpressão. Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda., 1994.

BROUSSEAU, Guy. Les obstacles épistémologiques, problèmes et ingénierie didactique. In G. Brousseau, **Théorie des situations didactiques**. Grenoble La Pensée Sauvage. p. 115-160, 1998.

CERVO, Amado L.; BERVIAN, Pedro A.; SILVA, Roberto da. **Metodologia científica**. 6 ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2014.

IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo. A Noção de “Obstáculo Epistemológico” e a Educação Matemática. In: Machado, Silvia Dias Alcântara (org.). **Educação Matemática: uma (nova) introdução**. 3. ed. São Paulo: Educ, 2008.

LOPES, Antônio José. O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações. **Boletim de Educação Matemática**, v. 21, n. 31, p. 1-22, Rio Claro, 2008.

JÚNIOR, Giovani; RUY, José. **A conquista da matemática: 6º ensino fundamental – anos finais** 4. ed. São Paulo: FTD, 2018.

SILVA, Maria José Ferreira da. **Sobre a introdução do conceito de número fracionário**. 1997. 245 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997.